

С. Л. БЛАУ

# ФИНАНСОВАЯ МАТЕМАТИКА

## ПРАКТИКУМ

*Рекомендовано*

*Федеральным государственным учреждением  
«Федеральный институт развития образования»  
в качестве учебного пособия для использования в учебном  
процессе образовательных учреждений, реализующих  
программы среднего профессионального образования  
по специальности «Банковское дело»*

*Регистрационный номер рецензии 332  
от 4 октября 2010 г. ФГУ «ФИРО»*



Москва  
Издательский центр «Академия»  
2011

УДК 336(075.32)  
ББК 65.26я723  
Б686

Рецензент:

преподаватель ГОУ СПО Финансового колледжа № 35 г. Москвы *Н.А. Косянкова*

**Блау С.Л.**

Б686 Финансовая математика : практикум : учеб. пособие для студ. учреждений сред. проф. образования / С.Л. Блау. — М. : Издательский центр «Академия», 2011. — 208 с.  
ISBN 978-5-7695-7428-3

Практикум предназначен для изучения предмета «Финансовая математика» и является частью учебно-методического комплекта по специальности «Банковское дело».

Предложено более 400 заданий по основным разделам финансовой математики: методы начисления процентов, расчет обобщающих характеристик финансовых рент, оценка доходности финансовых операций, в том числе с учетом влияния инфляции. Кратко и доступно изложены теоретические сведения, необходимые для выполнения заданий. Приведены тесты для промежуточного контроля знаний, примерные варианты контрольных работ, темы для подготовки к экзамену. Практикум составляет учебно-методический комплект с учебником «Финансовая математика».

Для студентов учреждений среднего профессионального образования, обучающихся по специальности «Банковское дело».

УДК 336(075.32)  
ББК 65.26я723

*Оригинал-макет данного издания является собственностью Издательского центра «Академия», и его воспроизведение любым способом без согласия правообладателя запрещается*

© Блау С.Л., 2011  
© Образовательно-издательский центр «Академия», 2011  
© Оформление. Издательский центр «Академия», 2011

ISBN 978-5-7695-7428-3

Данный практикум предназначен для изучения предмета «Финансовая математика» и является частью учебно-методического комплекта по специальности «Банковское дело».

Учебно-методический комплект по специальности — это основная и дополнительная литература, позволяющая освоить специальность, получить профильные базовые знания. Комплект состоит из модулей, сформированных в соответствии с учебным планом, каждый из которых включает в себя учебник и дополняющие его учебные издания — практикум, задачник, справочники и многое другое. Модуль полностью обеспечивает изучение каждой дисциплины, входящей в учебную программу. Все учебно-методические комплекты разработаны на основе единого подхода к структуре изложения учебного материала.

Важно отметить, что разработанные модули дисциплин, входящие в учебно-методический комплект, имеют самостоятельную ценность и могут быть использованы при выстраивании учебно-методического обеспечения образовательных программ обучения смежным специальностям.

При разработке учебно-методического комплекта учитывались требования Государственного образовательного стандарта среднего профессионального образования.

Любая финансовая операция требует предварительного выполнения расчетов, позволяющих принять экономически обоснованное решение по поводу целесообразности и эффективности ее проведения. Развитие частного предпринимательства, наличие значительного числа коммерческих банков, появление новых финансовых инструментов и инвестиционных возможностей, инфляционные процессы привели к тому, что умение проводить финансовые расчеты стало необходимым для каждого члена общества.

Компетентностный подход к подготовке экономистов и финансистов предполагает обязательное овладение методами финансовой математики. Финансовые расчеты являются неотъемлемой частью таких учебных курсов, как «Банковское дело», «Финансовый менеджмент», «Рынок ценных бумаг», «Инвестиционный анализ» и др. К будущим работникам банковского сектора отечественной экономики при этом предъявляют особые требования, поскольку игнорирование экономических законов, пренебрежение финансово-экономическими расчетами, неумелое планирование финансовых операций может привести к негативным последствиям, вплоть до банкротства банка.

В предлагаемом пособии изложены в краткой и доступной форме методы количественного анализа финансовых операций, даны примеры их применения в конкретных ситуациях. Предложено большое число задач, позволяющих приобрести навыки выполнения расчетов с использованием аппарата финансовой математики: различных методов начисления процентов, расчета обобщающих характеристик финансовых рент, оценки доходности финансовых операций, в том числе с учетом влияния инфляции. Значительная часть задач имеет прикладной характер, в частности предусматривается изменение условий финансовых контрактов на основе принципа финансовой эквивалентности обязательств, применение различных схем кредитных расчетов, методов оценки эффективности реальных инвестиций и финансовых активов, а также экономических расчетов при проведении валютных операций. По результатам выполненных расчетов в большинстве задач следует составить обоснованное аналитическое заключение. Предложены тестовые задания для промежуточного контроля знаний, примерные вариан-

ты контрольных работ, темы для подготовки к экзамену. В приложении представлен полезный справочный материал, а также вариант программы учебного курса «Финансовая математика».

Практикум составляет учебно-методический комплект с учебником С. А. Блау и С. Г. Григорьева «Финансовая математика», полностью соответствует учебнику по структуре и используемым обозначениям. В то же время практикум может быть использован самостоятельно: в каждой главе приведен методический материал, необходимый для выполнения заданий, а также примеры решения типовых задач.

Практикум предназначен для студентов учреждений среднего профессионального образования, обучающихся по специальности «Банковское дело». Пособие может быть полезно студентам учреждений высшего профессионального образования, аспирантам, преподавателям, работникам банков, специалистам финансовых служб предприятий.

## СПИСОК ОБОЗНАЧЕНИЙ

- $DPP$  — дисконтированный срок окупаемости  
 $d$  — учетная ставка  
 $d_m$  — учетная ставка в  $m$ -м периоде  
 $\bar{d}$  — средняя учетная ставка  
 $FV$  — наращенный капитал (сумма долга с процентами)  
 $FV_f^{post}$  — наращенная стоимость ренты постнумерандо  
 $FV_f^{pre}$  — наращенная стоимость ренты пренумерандо  
 $IC$  — стартовые инвестиции  
 $IC_m$  — средства, инвестированные в  $m$ -м году  
 $IRR$  — внутренняя норма доходности  
 $i$  — годовая ссудная процентная ставка  
 $i_k$  — процентная ставка в периоде  $n_k$   
 $\bar{i}$  — средняя процентная ставка  
 $i_\gamma$  — нетто-ставка  
 $m$  — число периодов начисления процентов в году  
 $NPV$  — чистый приведенный доход  
 $n$  — продолжительность финансовой операции (в годах)  
 $P_0$  — рыночная цена акции на момент покупки  
 $P_1$  — цена акции на момент предполагаемой ее продажи  
 $P_n$  — денежные поступления в  $n$ -м году  
 $PI$  — индекс рентабельности инвестиций  
 $PV$  — первоначальный капитал (предоставляемая в долг сумма)  
 $PV_f^{post}$  — современная (приведенная) стоимость ренты постнумерандо  
 $PV_f^{pre}$  — современная стоимость ренты пренумерандо  
 $PV_\infty$  — современная стоимость вечной ренты  
 $p$  — число платежей в году  
 $R$  — суммарный годовой платеж  
 $r$  — ставка дисконтирования

- $S$  — реально наращенный капитал с учетом инфляции
- $t$  — продолжительность финансовой операции (в днях, месяцах)
- $V_t$  — внутренняя (теоретическая) стоимость финансового актива
- $Y$  — временная база (продолжительность года, выраженная в тех же единицах, что и продолжительность финансовой операции)
- $\gamma$  — средний годовой темп инфляции
- $\delta$  — сила роста

## ЛОГИКА ФИНАНСОВЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ

### Основные положения

- В условиях рыночной экономики при проведении долгосрочных финансовых операций важную роль играет фактор времени, который учитывают с помощью процентной ставки. *Процентная ставка* представляет собой цену, уплачиваемую за использование заемных денежных средств.
- Один процент денежной суммы  $a$  равен одной сотой доле этой суммы —  $0,01a$ ;  $n$  процентов денежной суммы  $a$  составляют  $n$  сотых долей этой суммы —  $0,01an$ . При этом сумму  $a$  называют *базой для начисления процентов*.

- Методы финансово-экономических расчетов различны в зависимости от вида применяемых процентов.

*Обычные проценты* начисляют в конце периода относительно исходной суммы средств. Доход, определяемый обычными процентами, выплачивают в конце периода финансовой операции.

*Авансовые проценты* начисляют в начале периода относительно конечной суммы средств. Доход, определяемый авансовыми процентами, выплачивают в момент предоставления кредита.

- Обычным и авансовым процентам на практике соответствуют обычная процентная ставка  $i$  и учетная процентная ставка  $d$ .

Если некоторая сумма  $PV$  предоставлена в долг с условием, что через  $n$  лет будет возвращена большая сумма  $FV$ , то *обычную годовую процентную ставку*  $i$  рассчитывают по формуле

$$i = \frac{FV - PV}{PV \cdot n},$$

*учетную годовую процентную ставку*  $d$  — по формуле

$$d = \frac{FV - PV}{FV \cdot n}.$$



- Зная один из показателей, можно рассчитать другой по формулам

$$i = \frac{d}{1-dn}, \quad d = \frac{i}{1+in}.$$

- Процесс, в котором по заданной исходной сумме и процентной ставке необходимо найти ожидаемую в будущем к получению сумму, в финансовых вычислениях называют процессом *наращения*.
- Процесс, в котором по заданной, ожидаемой в будущем к получению сумме и процентной ставке необходимо найти исходную сумму долга, называют процессом *дисконтирования*.

## Примеры типовых заданий

---

**Пример 1.1.** Предприятие в результате финансовой сделки должно получить 200 тыс. р. по истечении двух лет. Причем имеется возможность выбрать один из двух вариантов получения доходов: либо по 100 тыс. р. по истечении каждого года, либо единовременное получение всей суммы в конце двухлетнего периода. Какой вариант выгоднее?

*Решение.* Первый вариант выгоднее, поскольку сумма, полученная в конце первого года, может быть помещена под проценты и может принести дополнительный доход.

*Ответ.* Первый вариант.

**Пример 1.2.** Клиент банка разместил 500 тыс. р. под 16 % годовых сроком на один год. Определите его доход от этой финансовой операции.

*Решение.* Согласно условию имеем:  $PV = 500$  тыс. р.;  $i = 0,16$ .

Доход  $D$  от финансовой операции составит  $D = 500 \cdot 0,16 = 80$  тыс. р.

*Ответ.* 80 тыс. р.

**Пример 1.3.** От реализации партии товара за 500 тыс. р. предприятие получило 7 % прибыли. Определите себестоимость товара и сумму прибыли.

*Решение.* Цена реализации  $C = 500$  тыс. р. представляет собой сумму себестоимости товара  $S$  и прибыли  $P$ . Причем прибыль равна  $P = 0,07S$ . Таким образом, цена реализации товара  $C = S + 0,07S$ ; отсюда  $1,07S = 500$ .

Следовательно, себестоимость товара составит

$$S = 500 : 1,07 = 467,29 \text{ тыс. р.}$$

Прибыль будет равна

$$P = 0,07S = 0,07 \cdot 467,29 = 32,71 \text{ тыс. р.}$$

*Ответ.* Себестоимость товара 467,29 тыс. р.; прибыль 32,71 тыс. р.

**Пример 1.4.** За январь цена товара увеличилась на 8 %, за февраль — на 5 %, а за март снизилась на 3 %. На сколько процентов изменилась цена товара за первый квартал?

*Решение.* Обозначим первоначальную цену товара латинской буквой  $C$ . К концу января цена товара увеличилась на 8 %, т. е. в 1,08 раза, и составила  $1,08C$ . В течение февраля цена увеличилась еще на 5 %, т. е. еще в 1,05 раза, и по результатам двух месяцев составила  $1,08C \cdot 1,05 = 1,134C$ . В течение марта цена снизилась на 3 % и составила

$$1,134C \cdot (1 - 0,03) = 1,134C \cdot 0,97 = 1,100C.$$

*Ответ.* За первый квартал цена товара увеличилась на 10,0 %.

**Пример 1.5.** Малое предприятие получило кредит в размере 500 тыс. р. с условием возврата через три года 815 тыс. р. Определите обычную годовую процентную ставку и учетную годовую процентную ставку.

*Решение.* Согласно условию имеем:  $PV = 500$  тыс. р.;  $FV = 815$  тыс. р.;  $n = 3$  года.

1. Рассчитаем обычную годовую процентную ставку:

$$i = \frac{FV - PV}{PV \cdot n} = \frac{815 - 500}{500 \cdot 3} = \frac{315}{1500} = 0,21 \text{ (21 \%)}.$$

2. Найдем учетную годовую процентную ставку:

$$d = \frac{FV - PV}{FV \cdot n} = \frac{815 - 500}{815 \cdot 3} = \frac{315}{2445} = 0,129 \text{ (12,9 \%)}$$

или

$$d = \frac{i}{1 + in} = \frac{0,21}{1 + 0,21 \cdot 3} = 0,129 \text{ (12,9 \%)}.$$

*Ответ.*  $i = 21$  %;  $d = 12,9$  %.

**Пример 1.6.** Финансовый менеджер должен рассчитать, какую сумму необходимо поместить в банк под проценты, чтобы через 5 лет накопить сумму  $Q$  (млн р.), необходимую для замены оборудования. Какую операцию ему следует применить, чтобы выполнить расчет: наращение или дисконтирование?

*Решение.* В данном случае финансовому менеджеру известна сумма  $Q$ , которую необходимо накопить в будущем (через пять лет):  $FV = Q$ . Ему известна также процентная ставка  $i$ , под которую он собирается разместить денежные средства. Необходимо определить, какую исходную сумму  $PV$  следует поместить в настоящее время в банк под проценты, чтобы к концу пятилетнего срока на счете образовалась сумма  $FV = Q$ , необходимая для замены оборудования.

Как известно, процесс, в котором по заданной, ожидаемой в будущем к получению сумме вклада с процентами  $FV$  и по процентной ставке  $i$  необходимо найти исходную сумму вклада  $PV$ , называют дисконтированием. Следовательно, в данном случае необходимо применить дисконтирование.

*Ответ.* Следует применить дисконтирование.

## Задания

---

**1.1.** Предприятию предлагают два варианта оплаты аренды производственного помещения: 120 тыс. р. ежемесячно или 1 440 тыс. р. в конце года. Какой вариант ему следует выбрать? Обоснуйте предложенный выбор.

**1.2.** Прибыль предприятия в первом квартале составила 556 тыс. р., во втором — 525 тыс. р. На сколько процентов уменьшилась квартальная прибыль?

**1.3.** Собственный капитал банка за рассматриваемый период увеличился в 2,3 раза. На сколько процентов увеличился собственный капитал?

**1.4.** Сумма просроченных кредитов по сравнению с прошлым годом уменьшилась в 1,5 раза. На сколько процентов уменьшилась эта сумма?

**1.5.** Стоимость товара в течение года увеличилась на 12%. Во сколько раз она увеличилась?

**1.6.** В течение первого месяца цена товара увеличилась на 10%, а в течение следующего месяца снизилась на 5%. На сколько процентов изменилась первоначальная цена товара за два месяца?

**1.7.** Предприятие реализовало партию товара за 230 тыс. р., получив при этом 30% прибыли. Определите размер прибыли и себестоимость товара.

**1.8.** Предприятие реализовало партию товара за 450 тыс. р., получив при этом 8% убытка. Определите размер убытка и себестоимость товара.

**1.9.** В результате инвестирования первоначальный капитал за первый год вырос на 20%, за второй год общий капитал увеличился в 1,3 раза, за третий год вся сумма увеличилась в полтора раза.

Определите, на сколько процентов увеличилась первоначальная сумма за три года.

**1.10.** Предприятие получило кредит на один год в размере 100 тыс. р. с условием возврата 115 тыс. р. Рассчитайте обычную и учетную годовые процентные ставки.

**1.11.** Определите учетную годовую процентную ставку, эквивалентную обычной годовой процентной ставке 15 %.

**1.12.** Определите обычную годовую процентную ставку, эквивалентную учетной годовой процентной ставке 18 %.

**1.13.** Предприниматель получил на полтора года кредит в размере 50 тыс. р. В конце срока он должен возвратить 62 тыс. р. Определите обычную и учетную годовые процентные ставки.

**1.14.** На капитал в размере 2 млн р. в течение трех лет осуществляют наращение по простой годовой процентной ставке 14 %. Определите приращение первоначального капитала за каждый год и общую наращенную сумму.

**1.15.** Вексель номиналом 10 тыс. р. учтен в банке за полгода до срока его погашения, при этом владелец векселя получил 8 900 р. Определите простую учетную годовую процентную ставку, которая применена при учете векселя.

**1.16.** Предприниматель может купить помещение за 450 тыс. р. наличными или заплатить 520 тыс. р. через год. Предположим, на счете предприятия в банке не менее 450 тыс. р. и банк платит 14 % годовых. Какое решение предпочтительнее в данной ситуации?

**1.17.** Банк выдал заемщику ссуду сроком на 3 года под проценты. Какую операцию ему следует применить, чтобы рассчитать размер задолженности к концу срока: наращение или дисконтирование?

**1.18.** Вексель номиналом 100 тыс. р. учтен банком за полтора года до срока его погашения. Какую операцию следует применить, чтобы рассчитать сумму, полученную владельцем векселя: наращение или дисконтирование?

**1.19.** Через год после заключения финансового соглашения о получении кредита должник обязан заплатить 32 тыс. р. Определите первоначальную сумму кредита, если он выдан под 18 % годовых.

**1.20.** Предприятие получило кредит в сумме 400 тыс. р. сроком на один год. Учетная годовая процентная ставка по кредиту равна 25 %. Определите сумму, которую предприниматель должен вернуть банку.

**1.21.** Определите сумму дохода кредитора, если за предоставление в долг на один год под 16 % годовых некоторой суммы он получит от заемщика в совокупности 232 тыс. р.

**1.22.** Определите размер вклада, размещенного под 15 % годовых, по которому банк ежегодно выплачивает 45 тыс. р. процентов денег.

**1.23.** За вексель, учтенный за год до срока по учетной годовой процентной ставке 24 %, заплачено 38 тыс. р. Определите номинальную стоимость векселя.

**1.24.** За какой срок вклад 10 тыс. р. возрастет до 13 тыс. р. при начислении процентов по простой годовой процентной ставке 15 %?

**1.25.** Предприятию необходим кредит в размере 1 000 тыс. р. Банк согласен на выдачу кредита при условии, что он будет возвращен через 18 месяцев в размере 1 300 тыс. р. Определите доходность такой сделки для банка в виде обычной и учетной годовых процентных ставок.