

Высшее профессиональное образование

БАКАЛАВРИАТ

С. А. БАШАРИН, В. В. ФЕДОРОВ

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

Учебник

Допущено

Научно-методическим советом

Министерства образования и науки Российской Федерации

по электротехнике и электронике в качестве учебника

для учащихся учреждений высшего профессионального образования,

обучающихся по направлению 140400 «Электроэнергетика

и электротехника», квалификация (степень) «бакалавр»

5-е издание, переработанное и дополненное



Москва

Издательский центр «Академия»

2013

УДК 621.3.01(075.8)
ББК 31.21я73
Б33

Рецензенты:

вице-президент Международной академии наук экологии и безопасности жизнедеятельности, д-р техн. наук, проф. *С. М. Аполлонский*;
зав. кафедрой электротехники и технической диагностики Санкт-Петербургского государственного университета аэрокосмического приборостроения, д-р техн. наук, проф. *А. А. Ефимов*;
доцент кафедры теоретических основ электротехники НИУ МЭИ *М. П. Жохова*;
зам. зав. кафедрой теоретических основ электротехники НИУ МЭИ, канд. техн. наук, проф. *Ф. Н. Шакирзянов*

Башарин С. А.

Б33 Теоретические основы электротехники : учебник для студ. учреждений высш. проф. образования / С. А. Башарин, В. В. Федоров. — 5-е изд., перераб. и доп. — М. : Издательский центр «Академия», 2013. — 384 с. — (Сер. Бакалавриат).
ISBN 978-5-7695-9453-3

Учебник создан в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом по направлению подготовки «Электроэнергетика и электротехника» (квалификация «бакалавр»).

Изложены основы теории электрических цепей и электромагнитного поля. Наряду с традиционными материалами в учебник вошли новые положения теории матричного анализа электрических цепей, распространения электромагнитных волн вдоль направляющих систем и в многослойных средах. Приведены примеры решения практических задач в области электротехники.

Для студентов учреждений высшего профессионального образования.

УДК 621.3.01(075.8)
ББК 31.21я73

Оригинал-макет данного издания является собственностью Издательского центра «Академия», и его воспроизведение любым способом без согласия правообладателя запрещается

© Башарин С. А., Федоров В. В., 2004
© Башарин С. А., Федоров В. В., с изменениями, 2013
© Образовательно-издательский центр «Академия», 2013
© Оформление. Издательский центр «Академия», 2013

ISBN 978-5-7695-9453-3

Учебник предназначен для студентов высших технических учебных заведений, изучающих курс «Теоретические основы электротехники». В новом издании учтены требования Федерального государственного образовательного стандарта. В отличие от других учебников по теоретической электротехнике, пособие ориентировано на подготовку бакалавров, что определяет простоту решения основных задач курса и компактность излагаемого материала. Последнее обстоятельство делает материал учебника простым и доступным для понимания. Вместе с тем в учебнике излагаются все основные разделы теоретической электротехники, необходимые для подготовки технически грамотных специалистов.

В основу курса положены материалы ранее изданных учебников по теории электрических цепей и теории электромагнитного поля, дополненные положениями о современных методах теоретической электротехники. Курс рассчитан как на специалистов в данной области, так и на людей, впервые изучающих теоретические основы электротехники. В него наряду с традиционными материалами включены новые методы анализа электрических цепей, ориентированные на современные компьютерные технологии.

Курс состоит из двух разделов: «Основы теории электрических цепей» и «Основы теории электромагнитного поля».

Первый раздел посвящен анализу электрических цепей. В нем рассматриваются как основные законы электрических цепей, так и некоторые современные методы их анализа, такие, например, как матричные методы моделирования и расчета цепей, ориентированные на использование компьютерных технологий.

Во втором разделе рассмотрены основные положения теории электромагнитного поля. В нем последовательно изложены фундаментальные законы физики, относящиеся к электромагнитному полю. На их основе даны определения основных понятий векторов напряженности электрического и магнитного полей, электрической и магнитной индукций, скалярных и векторных потенциалов, электрической емкости, индуктивности

и проводимости. Из анализа законов выводятся уравнения Максвелла и полная система дифференциальных и интегральных уравнений электромагнитного поля. Рассмотрены волновые уравнения и граничные условия, которые должны выполняться при их решении для векторов напряженности индукции электромагнитного поля.

Отдельно приведен анализ группы потенциальных полей, в которых определение напряженности сводится к решению скалярных уравнений Пуассона или Лапласа для потенциалов. Кроме того, рассмотрены различные методы решения скалярных уравнений. Большая часть раздела посвящена переменным электромагнитным полям, их свойствам, отражению волн от границ, распространению их в многослойных средах, излучению и экранированию. Ряд задач решается методами электрических цепей.

Изложенные материалы позволяют читателю самостоятельно на основе фундаментальной теории электрических цепей и электромагнитного поля подойти к решению практических задач. Приводится множество примеров решения практических задач в области электротехники. Другие примеры решения типовых задач содержатся в рекомендуемой литературе по этому вопросу [13... 15].

В конце книги помещены некоторые сведения из векторного анализа, необходимые для успешного освоения материала. Первый раздел написан проф. С. А. Башариным, второй раздел — проф. В. В. Федоровым.

РАЗДЕЛ I

ОСНОВЫ ТЕОРИИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

Глава 1

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ, ОПРЕДЕЛЕНИЯ И ЗАКОНЫ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

1.1. Электрический ток, электрическое напряжение, энергия при протекании тока, мощность электрического тока

Электрическим током называется явление упорядоченного движения электрических зарядов. За направление электрического тока принимается направление движения положительных зарядов, как это условно показано на рис. 1.1. Величина электрического тока представляет собой скорость изменения заряда во времени и может быть определена из выражения

$$i = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{dq}{dt}, \text{ А [1 А = 1 Кл/с]}.$$

В системе СИ электрический ток измеряется в амперах.

Электрический ток обозначается латинскими буквами i или I . «Мгновенное» значение тока, т. е. тока произвольного вида в любой момент времени, обозначается $i(t)$. В частном случае он может быть постоянным, например ток i_1 (рис. 1.2) или переменным, например ток i_2 . Прописной латинской буквой I обозначается, как правило, постоянное значение тока.

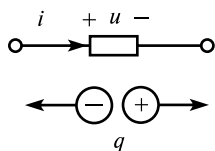


Рис. 1.1. Направление электрического тока

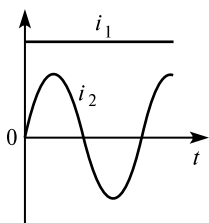


Рис. 1.2. Виды электрического тока

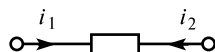


Рис. 1.3. Изменение направления тока

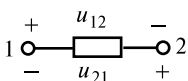


Рис. 1.4. Изменение полярности напряжения

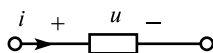


Рис. 1.5. Согласование напряжения и тока

Электрический ток можно условно рассматривать как алгебраическую величину, знак которой зависит от выбранного направления. На рис. 1.3 показаны токи в элементе цепи, равные по величине, но различные по направлению: $i_2 = -i_1$.

При протекании тока, как и при всяком перемещении зарядов, происходит процесс преобразования энергии. Количество энергии, которое необходимо затратить на перемещение единицы заряда из одной точки в другую, называется *электрическим напряжением*.

Электрическое напряжение обозначается латинской буквой u . «Мгновенное» значение напряжения обозначается $u(t)$, а прописной латинской буквой U обозначается, как правило, постоянное напряжение.

Электрическое напряжение, как и ток, можно условно считать алгебраической величиной, знак которой зависит от выбранной полярности. На рис. 1.4 показаны два напряжения, равные по величине, но различной полярности: $u_{12} = -u_{21}$.

Если ток в элементе электрической цепи протекает от знака «+» напряжения к знаку «-», то условно считается, что он согласован с напряжением. На рис. 1.5 показан элемент электрической цепи, в котором ток согласован с напряжением.

Величина напряжения определяется из выражения

$$u = \lim_{\Delta q \rightarrow 0} \frac{\Delta w}{\Delta q} = \frac{dw}{dq}, \text{ В [1 В = 1 Дж/Кл].}$$

Электрическое напряжение в системе СИ измеряется в вольтах.

Энергия при протекании электрического тока определяется из выражения

$$w = \int_{-\infty}^t u i dt = \int_{-\infty}^t p dt, \text{ Дж.}$$

Скорость изменения энергии во времени определяет мощность при протекании электрического тока:

$$p = \frac{dw}{dt} = ui, \text{ Вт [1 Вт = 1 Дж/с].}$$

Мощность — величина алгебраическая, знак которой зависит от знаков тока и напряжения. Если мощность положительна, это означает, что энергия потребляется или запасается пассивными элементами цепи, если отрицательна, — энергия возвращается в источник.

1.2. Электрическая цепь и ее элементы

Электрической цепью называется совокупность устройств, предназначенных для протекания по ним электрического тока. Эти устройства называются элементами цепи. Элементы цепи можно условно объединить в группы, как это показано на рис. 1.6.

Источниками электрической энергии называют устройства, преобразующие различные виды энергии, например механическую или химическую, в энергию электрического тока.

При описании электрических цепей реальные физические элементы заменяются идеализированными элементами, процессы в которых удобно представить с помощью математических выражений. С такой позиции источники энергии в цепи можно условно разделить на два типа: идеальный источник напряжения и идеальный источник тока.

1. *Идеальный источник напряжения* — напряжение на зажимах которого не зависит от величины протекающего через него тока. Внутреннее сопротивление идеального источника напряжения можно условно принять равным нулю. Обозначение такого источника и его вольт-амперная характеристика приведены на рис. 1.7.

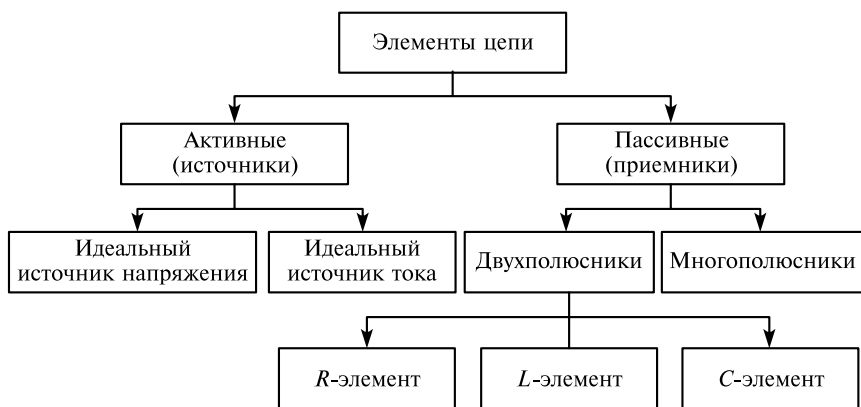


Рис. 1.6. Элементы электрической цепи

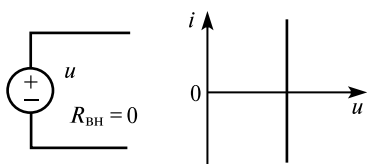


Рис. 1.7. Идеальный источник напряжения и его вольт-амперная характеристика

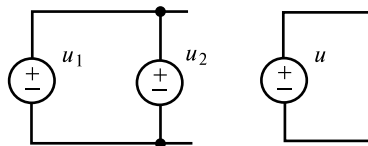


Рис. 1.8. Некорректное включение идеальных источников напряжения

Идеализация источника напряжения накладывает ограничения на его использование в электрических цепях. На рис. 1.8 приведены примеры некорректного (недопустимого) включения идеальных источников напряжения.

2. *Идеальный источник тока* — величина протекающего тока через который не зависит от напряжения на его зажимах. Внутреннее сопротивление такого источника можно условно принять равным бесконечности. Обозначение идеального источника тока и его вольт-амперная характеристика приведены на рис. 1.9.

Идеализация источника тока также накладывает ограничения на его использование в электрических цепях. На рис. 1.10 приведены примеры некорректного включения идеальных источников тока.

Приемниками называются устройства, потребляющие энергию или преобразующие электрическую энергию в другие виды энергии. Приемники можно условно разделить на несколько групп, в числе которых двухполюсники и многополюсники.

Двухполюсниками называются элементы или цепи, имеющие два зажима для подключения (полюса). Основными идеальными пассивными двухполюсниками являются идеальные R -, L - и C -элементы.

Идеальным R -элементом (резистивным элементом, или резистором) называется такой пассивный элемент цепи, в котором происходит необратимый процесс преобразования электрической энергии в тепловую энергию. Изображение идеального R -элемента показано на рис. 1.11.

Связь между напряжением и током в R -элементе определяется его вольт-амперной характеристикой (ВАХ). Для линейного R -эле-

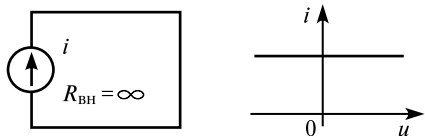


Рис. 1.9. Идеальный источник тока и его вольт-амперная характеристика

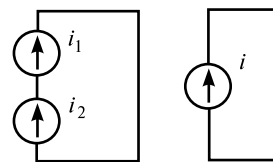


Рис. 1.10. Некорректное включение идеальных источников тока

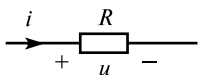


Рис. 1.11. Идеальный R -элемент

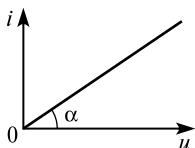


Рис. 1.12. Вольт-амперная характеристика линейного R -элемента

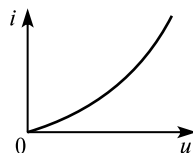


Рис. 1.13. Вольт-амперная характеристика нелинейного R -элемента

мента вольт-амперная характеристика подчиняется закону Ома:

$$i = \frac{u}{R} \text{ или } u = iR.$$

Вольт-амперная характеристика линейного R -элемента приведена на рис. 1.12. Основным параметром идеального R -элемента является его сопротивление. В системе СИ сопротивление измеряется в омах:

$$R = \frac{u}{i}, \text{ Ом [1 Ом = 1 В/А]}.$$

Кроме сопротивления в качестве параметра R -элемента можно использовать его проводимость. В этом случае R -элемент чаще называют G -элементом. *Проводимость* является обратной величиной по отношению к сопротивлению. В системе СИ проводимость измеряется в сименсах:

$$G = \frac{1}{R} = \frac{i}{u}, \text{ См [1 См = 1 А/В]}.$$

Сопротивление и проводимость R -элемента определяют связь между током и напряжением и, как следствие, наклон вольт-амперной характеристики линейного R -элемента. Как видно из рис. 1.12, тангенс угла наклона ВАХ определяет проводимость:

$$\text{tg } \alpha = \frac{i}{u} = \frac{1}{R}.$$

На рис. 1.13 приведена вольт-амперная характеристика нелинейного R -элемента. Она определяет произвольную функциональную зависимость между током и напряжением: $i = f_1(u)$ или $u = f_2(i)$. Для нелинейного R -элемента различают два типа сопротивлений: статическое, определяемое в любой точке ВАХ, $R_{\text{ст}} = \frac{U}{I}$, и динамическое, определяющее характер изменения не-

линейной ВАХ в заданной точке, $r_{\text{дин}} = \frac{du}{di}$.

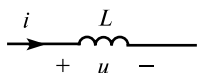


Рис. 1.14. Идеальный L -элемент

К энергетическим характеристикам R -элемента относятся мощность и энергия. Мощность R -элемента всегда положительна, т. е. энергия в этом элементе может только потребляться, преобразуясь в теплоту:

$$p = ui = Ri^2 = Gu^2 \geq 0.$$

Энергию R -элемента можно определить из выражения

$$w = \int_{t_1}^{t_2} p dt = \int_{t_1}^{t_2} u i dt = \int_{t_1}^{t_2} Ri^2 dt = \int_{t_1}^{t_2} Gu^2 dt.$$

По своим свойствам к идеальным R -элементам близки такие реальные устройства, как лампы накаливания, нагревательные приборы и т. п.

Идеальным L -элементом (индуктивным элементом или катушкой индуктивности) называется такой пассивный элемент цепи, в котором происходит процесс преобразования энергии электрического тока в энергию магнитного поля. В идеальном L -элементе потери энергии отсутствуют. Обозначение L -элемента показано на рис. 1.14.

Основная характеристика L -элемента — вебер-амперная. Она определяет связь между потокосцеплением (суммарным потоком), создаваемым элементом, и током, протекающим через элемент. Для линейного L -элемента она имеет вид, показанный на рис. 1.15:

$$\psi = Li,$$

где ψ — потокосцепление (суммарный поток, создаваемый витками катушки). Величина L играет роль коэффициента пропорциональности между потоком и током. Она называется индуктивностью. Индуктивность измеряется в генри. Размерность индуктивности определяется из выражения:

$$L = \frac{\Psi}{i}, \text{ Гн} [1 \text{ Гн} = 1 \text{ Вб/А}].$$

На рис. 1.16 приведена вебер-амперная характеристика нелинейного L -элемента. Она имеет произвольную функциональную зависимость, связывающую потокосцепление и ток:

$$\psi = f(i).$$

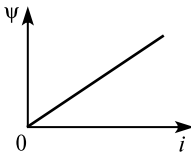


Рис. 1.15. Вебер-амперная характеристика линейного L -элемента

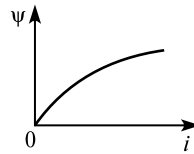


Рис. 1.16. Вебер-амперная характеристика нелинейного L -элемента

Вольт-амперные зависимости L -элемента определяются следующими выражениями:

$$u = L \frac{di}{dt}; \quad i = i(0) + \frac{1}{L} \int_0^t u dt.$$

Процессы в L -элементе подчиняются закону коммутации, который для индуктивного элемента можно сформулировать так: при напряжении конечной амплитуды потокосцепление не может измениться скачком, т. е. $\psi(0^+) = \psi(0^-)$.

Это равенство можно пояснить с помощью предела:

$$u = \frac{d\psi}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\psi}{\Delta t}.$$

Если Δt стремится к нулю, то и $\Delta\psi$ должно стремиться к нулю. В противном случае напряжение должно стремиться к бесконечности, чего по определению быть не может.

Следствие из закона коммутации: при неизменной индуктивности ток в индуктивном элементе не может измениться скачком, т. е.

$$i_L(0^+) = i_L(0^-).$$

Мощность L -элемента определяется произведением напряжения на ток:

$$p = ui$$

и является величиной алгебраической. Если $p > 0$, то энергия запасается, если $p < 0$ — энергия возвращается в источник.

Величина энергии определяется из выражения

$$w = \int_{-\infty}^t p dt = \int_{-\infty}^t u i dt, \quad \text{или} \quad w = w(0) + \int_0^t u i dt.$$

Если значение энергии к моменту времени $t=0$ равно 0, то

$$w = \int_0^t u i dt = \int_0^t L \frac{di}{dt} i dt = \int_0^t L i di = \frac{L i^2}{2}.$$

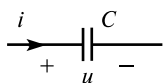


Рис. 1.17. Идеальный C -элемент

Идеальным C -элементом (емкостным элементом, или конденсатором) называется такой пассивный элемент цепи, в котором происходит процесс преобразования энергии электрического тока в энергию электрического поля, и наоборот. В идеальном C -элементе потери энергии отсутствуют. Обозначение C -элемента показано на рис. 1.17.

Основная характеристика C -элемента — кулон-вольтная. Она характеризует связь между зарядом и напряжением на конденсаторе. Для линейного C -элемента она показана на рис 1.18 и имеет вид прямой, проходящей через начало координат: $q = Cu$. Величина C играет роль коэффициента пропорциональности между зарядом и напряжением и называется электрической емкостью. В системе СИ емкость измеряется в фарадах. Размерность емкости определяется из выражения

$$C = \frac{q}{u}, \quad \Phi [1 \Phi = 1 \text{ Кл/В}].$$

На рис. 1.19 приведена кулон-вольтная характеристика нелинейного C -элемента. Она имеет произвольную функциональную зависимость, связывающую заряд с напряжением:

$$q = f(u).$$

Вольт-амперные зависимости C -элемента определяются следующими выражениями:

$$i = C \frac{du}{dt}; \quad u = u(0) + \frac{1}{C} \int_0^t i dt.$$

Как и в индуктивном элементе, процессы в C -элементе подчиняются закону коммутации, который для емкостного элемента можно сформулировать так: при токе конечной амплитуды заряд на C -элементе не может измениться скачком, т. е.

$$q(0^+) = q(0^-).$$

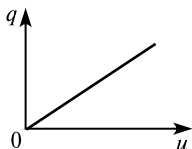


Рис. 1.18. Кулон-вольтная характеристика линейного C -элемента

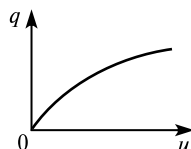


Рис. 1.19. Кулон-вольтная характеристика нелинейного C -элемента

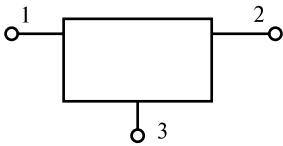


Рис. 1.20. Трехполюсный элемент цепи

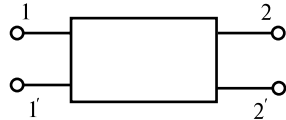


Рис. 1.21. Четырехполюсный элемент цепи

Это равенство можно пояснить с помощью предела:

$$i = \frac{dq}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta q}{\Delta t}.$$

Если Δt стремится к нулю, то и Δq должно стремиться к нулю. В противном случае ток должен стремиться к бесконечности, чего по определению быть не может.

Следствие из закона коммутации: при неизменной емкости напряжения на емкостном элементе не может измениться скачком, т. е.

$$u_C(0^+) = u_C(0^-).$$

Мощность C -элемента определяется произведением напряжения на ток:

$$p = ui$$

и является величиной алгебраической. Если $p > 0$, то энергия запасается, если $p < 0$ — энергия возвращается в источник.

Величина энергии определяется из выражения

$$w = \int_{-\infty}^t p dt = \int_{-\infty}^t u i dt, \text{ или } w = w(0) + \int_0^t u i dt.$$

Если значение энергии к моменту времени $t=0$ равно 0, то

$$w = \int_0^t u i dt = \int_0^t u C \frac{du}{dt} dt = \int_0^t C u du = \frac{Cu^2}{2}.$$

R -, L - и C -элементы — основные пассивные двухполюсные элементы электрических цепей. Кроме двухполюсников бывают пассивные многополюсные элементы, т. е. элементы с множеством полюсов. На рис. 1.20 в качестве примера многополюсника приведено изображение трехполюсного элемента цепи, а на рис. 1.21 — четырехполюсного (четырехполюсника).

1.3. Основные задачи и законы электрических цепей

На рис. 1.22 изображена электрическая цепь, состоящая из источников и приемников. Через элементы цепи протекают токи, а на зажимах элементов имеются напряжения. Напряжения источников напряжения и токи источников тока называются воздействиями, или входными сигналами. Все остальные токи и напряжения называются откликами на эти воздействия, или реакциями. Задачи, которые приходится решать при исследовании электромагнитных процессов в электрических цепях, можно условно разделить на следующие.

1. *Задачи анализа* — при их решении заданы воздействия, структура цепи и параметры элементов, требуется определить реакции цепи.

2. *Задачи синтеза* — в этом случае заданы воздействия и реакции, требуется определить структуру или параметры цепи (структурный или параметрический синтез).

3. *Задачи идентификации* — обычно заданы воздействия и экспериментально сняты реакции в реальной цепи, требуется определить структуру или параметры цепи (структурная или параметрическая идентификация).

При решении задачи анализа электрической цепи используются основные законы электрических цепей — законы Кирхгофа и Ома. Многие методы анализа цепей основаны на этих законах.

Закон токов Кирхгофа (ЗТК) можно сформулировать следующим образом: алгебраическая сумма токов ветвей цепи, подключенных к узлу цепи, равна нулю, т. е.

$$\sum_{k=1}^n i_k = 0.$$

Узлом цепи называется такая точка в цепи, к которой подключены две или более ветвей. Если к узлу подключены две ветви, узел называется устранимым (рис. 1.23). Его можно рассматривать

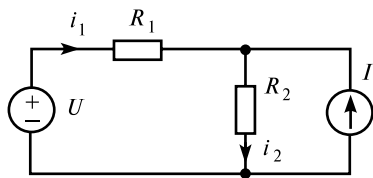


Рис. 1.22. Электрическая цепь

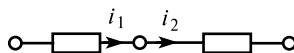


Рис. 1.23. Устранимый узел цепи

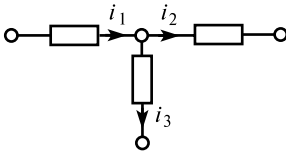


Рис. 1.24. Неустранимый узел цепи

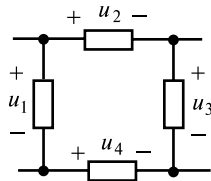


Рис. 1.25. Контур цепи

как узел. Если в узел сходятся три или более ветвей, узел называется неустранимым (рис. 1.24).

На основании закона токов Кирхгофа можно записать уравнение соединения ветвей цепи для узла (уравнения Кирхгофа для токов в узле). Например, для узлов, изображенных на рис. 1.23 и 1.24, можно записать соответственно уравнения соединений:

$$-i_1 + i_2 = 0; \quad -i_1 + i_2 + i_3 = 0.$$

Закон напряжений Кирхгофа (ЗНК) применяется при записи уравнений соединений для напряжений ветвей цепи. Его можно сформулировать следующим образом: алгебраическая сумма напряжений ветвей цепи, входящих в контур, равна нулю, т. е.

$$\sum_{k=1}^n u_k = 0.$$

Контуром называется путь по ветвям цепи, который начинается и заканчивается в одном и том же узле. Пример контура приведен на рис. 1.25. Уравнение соединений цепи для этого контура, составленное с помощью ЗНК, будет иметь вид

$$-u_1 + u_2 + u_3 - u_4 = 0.$$

Аналогично можно записать систему уравнений соединений разветвленной цепи, приведенной на рис. 1.26. При составлении уравнений следует помнить, что уравнения соединений должны быть линейно независимыми, т. е. чтобы их число было необходимым и достаточным для определения неизвестных токов или напряжений. Число уравнений для токов в узлах должно быть на единицу меньше числа узлов:

$$n_1 = n_y - 1,$$

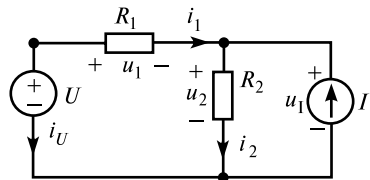


Рис. 1.26. Электрическая цепь, состоящая из двух контуров

а число уравнений для напряжений в контурах должно равняться числу ветвей цепи за вычетом числа уравнений для токов:

$$n_{II} = n_b - n_1 = n_b - n_y + 1.$$

Тогда система уравнений соединений цепи (см. рис. 1.26), составленная по законам Кирхгофа, будет иметь вид

$$\begin{cases} +i_U + i_1 = 0; \\ -i_1 + i_2 - I = 0; \\ -U + u_1 + u_2 = 0; \\ -u_2 + u_I = 0. \end{cases}$$

Для того чтобы записанная система уравнений была разрешима, необходимо привести в соответствие число уравнений и число неизвестных. Для этого в элементах цепи напряжения можно выразить через токи на основании закона Ома или, наоборот, токи выразить через напряжения.

1.4. Понятие о дуальности в электрических цепях

Некоторые приведенные ранее выражения похожи друг на друга, например уравнения соединений цепи по законам токов и напряжений Кирхгофа, или выражения, определяющие свойства L - и C -элементов. Например, для L -элемента напряжение связано с током через производную: $u = L \frac{di}{dt}$, а для C -элемента ток

связан с напряжением аналогично: $i = C \frac{du}{dt}$. Эти выражения по-

хожи и преобразуются одно в другое в случае замены напряжений на токи, индуктивностей на емкости и т.д. Такие выражения, как и величины, которые в них необходимо заменить, называются *дуальными*.

В качестве примера дуальных величин можно привести следующие:

- напряжение и ток ($u \leftrightarrow i$);
- индуктивность и емкость ($L \leftrightarrow C$);
- сопротивление и проводимость ($R \leftrightarrow G$);
- потокосцепление и заряд ($\psi \leftrightarrow q$).

В приведенных выражениях символ « \leftrightarrow » означает дуальность.

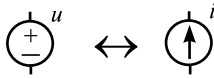


Рис. 1.27. Дуальные элементы цепи

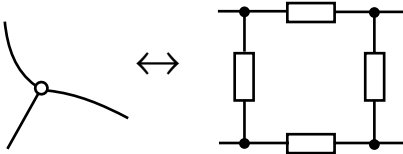


Рис. 1.28. Дуальные понятия

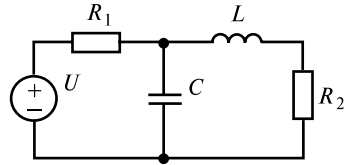


Рис. 1.29. Исходная цепь для дуальных преобразований

Дуальными могут быть элементы цепи. Например, на рис. 1.27 приведен пример дуальных элементов: источник напряжения и источник тока — дуальные элементы цепи.

Дуальными могут быть методы или законы, например, закон токов Кирхгофа дуален закону напряжений Кирхгофа. Дуальными могут быть некоторые понятия теории электрических цепей. Например, на рис. 1.28 показаны узел и контур цепи, которые являются дуальными понятиями.

Руководствуясь принципом дуальности, можно формировать дуальные цепи, электромагнитные процессы в которых будут аналогичны. Для построения дуальной цепи необходимо соблюдать следующие правила.

1. В каждой ячейке исходной цепи выбирается узел дуальной цепи и один узел выбирается вне цепи.
2. Узлы соединяются линиями таким образом, чтобы каждая линия пересекала только один элемент.
3. В линию вводится элемент, дуальный элементу этой ветви в исходной цепи.

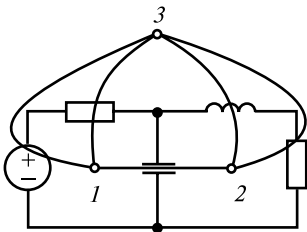


Рис. 1.30. Выбор узлов цепи для дуальных преобразований:

1, 2 — узлы внутри ячеек; 3 — узел вне цепи

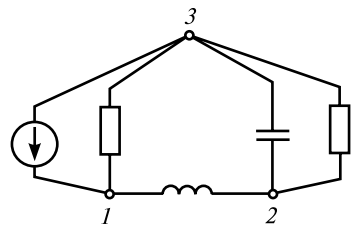


Рис. 1.31. Электрическая цепь, дуальная исходной:

1, 2 — узлы внутри ячеек; 3 — узел вне цепи

Для примера построим дуальную цепь. В исходной цепи (рис. 1.29) узлы 1 и 2 (рис. 1.30) выбираем внутри ячеек, а узел 3 выбираем вне цепи, как показано на рис. 1.30. Узлы соединяются линиями таким образом, чтобы линии пересекали элемент цепи. В линии, соединяющие узлы преобразованной цепи, вводим элементы, дуальные элементам исходной цепи. В результате получается цепь, дуальная исходной (рис. 1.31). Уравнения соединений исходной и дуальной цепей также дуальны.

На основе принципа дуальности можно не только строить схемы с заданными свойствами, но и формулировать теоремы и законы электрических цепей.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что называется электрическим током?
2. Какие задачи рассматриваются в теории электрических цепей?
3. Какие законы считаются основными в теории электрических цепей?
4. Какие свойства определяют дуальность в электрической цепи?
5. Каким образом можно построить дуальную цепь?