

СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ

УЧЕБНИК

Допущено

Учебно-методическим объединением

по образованию в области автоматизированного машиностроения

в качестве учебника для студентов высших учебных заведений,

обучающихся по направлениям подготовки

«Конструкторско-технологическое обеспечение

машиностроительных производств», «Автоматизация технологических

процессов и производств»



Москва

Издательский центр «Академия»

2012

УДК 539.4(075.8)
ББК 30.121я73
С646

Рецензенты:

зав. кафедрой «Сопротивление материалов и теория упругости»
Пензенского государственного университета архитектуры и строительства,
д-р техн. наук, проф. *С. В. Бакушев*;
зав. кафедрой «Механизация и автоматизация производства»
Пензенского государственного университета архитектуры и строительства,
канд. техн. наук, доц. *И. В. Романенко*

С646 **Сопротивление** материалов : учебник для студ. учреждений высш. проф. образования / [А. Г. Схиртладзе, Б. В. Романовский, В. В. Волков, А. Н. Потемкин]. — М. : Издательский центр «Академия», 2012. — 416 с. — (Сер. Бакалавриат).
ISBN 978-5-7695-7135-0

Учебник создан в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом по направлениям подготовки «Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств», «Автоматизация технологических процессов и производств» (квалификация «бакалавр»).

Представлен теоретический материал по основным разделам курса «Сопротивление материалов». Даны примеры решения типовых задач с подробными пояснениями. Приведены тесты, которые могут быть использованы как для самостоятельной подготовки студентов к контрольным работам, зачетам и экзаменам, так и для проведения выходного контроля по завершению изучения данной дисциплины. Освещены как традиционные, так и современные концепции и методики расчетов по проектированию деталей и конструкций.

Для студентов высших учебных заведений, обучающихся по машиностроительным направлениям подготовки.

УДК 539.4(075.8)
ББК 30.121я73

*Оригинал-макет данного издания является собственностью
Издательского центра «Академия», и его воспроизведение любым способом
без согласия правообладателя запрещается*

© Схиртладзе А. Г., Романовский Б. В., Волков В. В.,
Потемкин А. Н., 2012

© Образовательно-издательский центр «Академия», 2012

© Оформление. Издательский центр «Академия», 2012

ISBN 978-5-7695-7135-0

ПРЕДИСЛОВИЕ

Все инженерные конструкции должны проектироваться и изготавливаться так, чтобы в каждом их элементе под действием внешних сил обеспечивалась полная надежность и долговечность без риска поломки или опасного изменения размеров и формы.

Объектом изучения курса сопротивления материалов является реальное твердое тело, находящееся под действием внешних сил. Основным свойством этого тела является его способность изменять свои форму и размеры под действием внешних сил и при некоторой величине этих сил разрушаться.

Изменение формы и размеров тел под действием приложенных к нему сил называется *деформацией*, а тела, способные деформироваться, называются *деформируемыми телами*.

Таким образом, в продолжение теоретической механики, где тело рассматривается как абсолютно твердое, в сопротивлении материалов будем изучать *механику деформируемого тела*.

Деформации, исчезающие после снятия нагрузок, называют *упругими*; деформации, остающиеся в теле, — *остаточными* или *пластическими*.

Все инженерные конструкции должны быть *прочными*. Под прочностью будем понимать способность детали или элемента конструкции не разрушаться под действием приложенных к ним внешних сил и не получать пластических деформаций.

Кроме расчетов на прочность, во многих случаях приходится производить расчеты на жесткость и устойчивость.

Целью *расчета на жесткость* является определение таких размеров конструкции или отдельных ее элементов, при которых деформации не будут превышать заданных величин, действующих по условиям нормальной эксплуатации конструкции.

При проектировании часто размеры детали определяются из расчетов на прочность и жесткость. В этом случае, чтобы обеспечить выполнение обоих требований, из двух полученных по расчету размеров принимают больший.

Расчет на устойчивость должен обеспечить отсутствие качественного изменения характера деформации элемента конструкции, приводящей к разрушению этого элемента или весьма большим его деформациям. Это требование относится, прежде всего, к гибким сжатым элементам.

При выполнении указанных видов расчета необходимо стремиться к наибольшей экономии материала, к достаточным, но не завышенным размерам элементов конструкции.

Требования надежности и экономичности проектируемой конструкции едины, но и противоречивы по своей сути. Если принцип надежности (прежде всего, прочности) ведет к большому расходу материала, то принцип экономичности требует по возможности меньшего расхода материала. Эти противоречивые требования обуславливают главным образом развитие сопротивления материалов как науки, обеспечивая единство теории и практики.

Таким образом, *сопротивление материалов* — наука об инженерных методах расчета на прочность, жесткость, устойчивость и экономичность элементов конструкций.

Наука о сопротивлении материалов имеет свою историю. Начало развития сопротивления материалов как науки обычно относят к первой половине XVII в. и связывают с именем знаменитого физика, математика и астронома Галилео Галилея (1564 — 1642). Он впервые поставил вопрос о необходимости проведения аналитических расчетов для оценки сопротивляемости стержней действию внешних сил.

В 1676 г. Р. Гук (1635 — 1703) установил пропорциональную зависимость между усилием и удлинением при растяжении. Эта зависимость известна под названием закона Гука, который имеет исключительную важность в сопротивлении материалов. Развитию этой науки в XVIII в. в большей степени способствовали успехи высшей математики и механики; особую важность имели работы Л. Эйлера (1707 — 1783) и Ж. Л. Лагранжа (1736 — 1813).

Авторы выражают благодарность профессору Д. В. Чернилевскому и доценту А. В. Лагутовой за помощь, оказанную в процессе подбора материалов для написания данного учебника и критические замечания.

Глава 1

ОСНОВНЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ И ПОЛОЖЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ «СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ»

1.1. Основные задачи сопротивления материалов

Отдельные части машин и механизмов под действием нагрузок изменяют свою форму и размеры. Для нормальной работы машин такие изменения размеров, называемые деформациями, не должны превышать определенного значения.

Чтобы рассмотреть взаимодействие реальных упругих элементов машин (вместо абсолютно твердых тел), следует изучить состояние деформированных тел и установить зависимости между нагрузками и деформациями.

Выбрать рациональную форму и размеры элементов конструкции из условия их надежной работы позволяет наука *сопротивление материалов*, рассматриваемая как раздел механики, который называется механикой деформируемых тел [22, 26].

Способность конструкции выдерживать заданные нагрузки без разрушения или появления в ней остаточных пластических деформаций называется *прочностью*.

Способность детали воспринимать заданные внешние нагрузки, не изменяя свои первоначальные формы и размеры сверх норм, установленных на основе условий ее нормальной работы, называется *жесткостью детали*.

Чтобы гарантировать нормальную работу ряда деталей, может оказаться недостаточным проведение расчетов лишь на прочность и жесткость, а потребуются дополнительная проверка *устойчивости* первоначальной формы равновесия. Так, тонкий длинный стержень, размеры которого были выбраны из условия прочности и жесткости, при действии на него осевой сжимающей нагрузки до некоторого значения F остается прямолинейным, но при увеличении нагрузки до некоторого значения, называемого критическим ($F_{кр}$), вдруг внезапно искривляется (рис. 1.1) — *теряет устойчивость*. Первоначальная прямолинейная форма равновесия становится неустойчивой, возникает новая устойчивая форма равновесия — криволинейная. Если при этом стержень не разрушится, то в нем возникнут недопустимо большие перемещения, способные нарушить работоспособность всего узла, в состав которого входит этот стержень. Следовательно, перед сопротивлением материалов возник-

кает еще одна задача — *проверка устойчивости* элементов сооружений (конструкций).

Итак, цель сопротивления материалов как науки — создание надежных расчетов на прочность, жесткость и устойчивость элементов различных машин и сооружений.

Сопротивление материалов тесно связано с материаловедением и теоретической механикой и базируется на основных законах и теоремах теоретической механики и, в первую очередь, широко использует уравнения равновесия различных систем сил, полученные в статике для *абсолютно твердого тела*.

Однако следует отметить и их принципиальное отличие: в теоретической механике для упрощения решения задач все тела принимаются абсолютно твердыми; в сопротивлении материалов, как это и есть на самом деле, — деформируемыми, т.е. способными изменять первоначальную форму и размеры при действии на них внешних сил. В теоретической механике рассматривается замена одной системы сил на другую, эквивалентную первой, рассматриваются условия равновесия различных систем сил, изучаются законы движения тел, но никогда не ставится вопрос о целостности рассматриваемого тела под действием приложенных к нему сил, т.е. о его прочности. Вопрос оценки прочности тела может быть решен только методами сопротивления материалов.

При расчете элементов на прочность, жесткость или устойчивость некоторые положения теоретической механики оказываются неприменимыми. Например, нельзя переносить силу вдоль линии

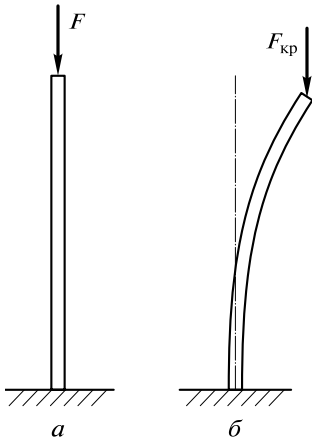


Рис. 1.1. Устойчивость стержня:
a — расчетная схема; *б* — потеря устойчивости

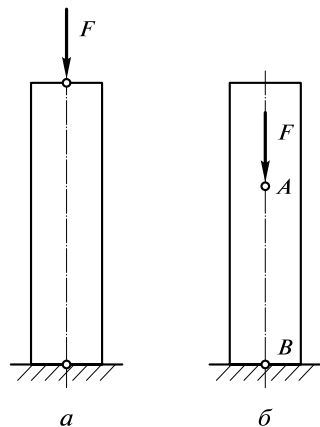


Рис. 1.2. Нагружение тела в зависимости от точки приложения:
a — нагружение тела по всей длине; *б* — нагружение тела на отдельном участке

ее действия, заменять действующие на тело внешние силы их равнодействующей или эквивалентной системой сил, а также перемещать пару сил в плоскости действия пары.

С точки зрения теоретической механики нет никакого различия между случаями нагружения тела, показанными на рис. 1.2, *а*, *б*. Если же рассматривать эти примеры в сопротивлении материалов, то легко заметить, что тела будут по-разному реагировать на приложение сил: в первом случае брус будет деформироваться по всей длине, а во втором — только на участке *АВ*.

В то же время вследствие общности основных положений сопротивление материалов можно рассматривать как раздел механики, называемый механикой деформируемых тел.

Сопротивление материалов вместе с такими смежными дисциплинами, как «Теория упругости, пластичности, ползучести», «Строительная механика» и др. занимается вопросами, связанными с поведением деформируемых твердых тел. В теории упругости, по сути, анализируются те же вопросы, что и в сопротивлении материалов, но задачи ставятся без упрощающих гипотез. Поэтому для их решения приходится использовать сложный математический аппарат, что в какой-то степени ограничивает возможность их применения в практических инженерных расчетах. Однако результаты более точного и глубокого анализа явлений, рассматриваемых в перечисленных дисциплинах, достаточно широко используются в сопротивлении материалов при создании приближенных методов расчета.

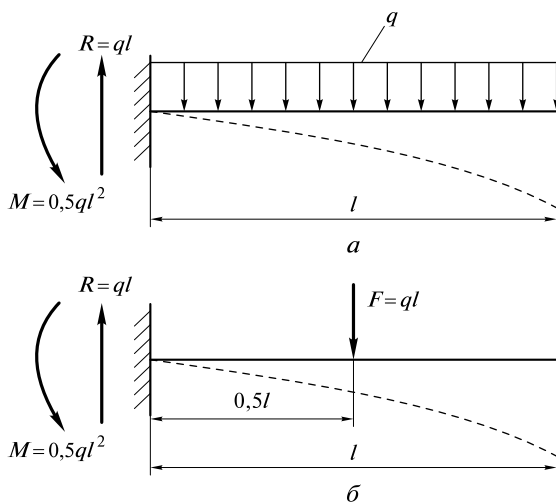


Рис. 1.3. Схема нагружения балки:

а — распределенной нагрузкой; *б* — сосредоточенной силой

При замене распределенной нагрузки q (рис. 1.3, *a*) ее равнодействующей F (рис. 1.3, *б*) изгибается только левая часть балки (между опорой и сечением, в котором приложена сила), правая часть остается прямолинейной. Заметим, что реакции опоры при этом не изменяются.

1.2. Упругая и пластическая деформация. Основные гипотезы и допущения

Все реальные тела под воздействием внешних сил в большей или меньшей степени *деформируются*, т.е. изменяют первоначальную форму и размеры.

Деформации, полностью исчезающие после снятия нагрузок, называются *упругими*, а остающиеся — *пластическими* или *остаточными*.

Материал считается *абсолютно упругим*, если после прекращения действия на него внешних сил полностью исчезают вызванные ими деформации. Как правило, возникновение пластических деформаций является недопустимым, а потому рассматривается как выход из строя детали.

Для создания достаточно простых и удобных для инженерной практики расчетов используются допущения и гипотезы о свойствах материалов и характере деформации.

К основным допущениям о свойствах материалов относятся гипотеза сплошности и однородности материала, гипотеза изотропности, гипотеза идеальной упругости.

1. **Гипотеза сплошности и однородности материала.** Предполагается, что материал полностью заполняет весь объем без каких-либо пустот и его свойства не зависят от выделенного из тела объема, т.е. материал во всех точках обладает *одинаковыми свойствами*. Гипотеза позволяет использовать в сопротивлении материалов методы анализа бесконечно малых (дифференциальное и интегральное исчисление).

2. **Гипотеза изотропности.** Сплошная среда является *изотропной*, т.е. физико-механические свойства материалов во всех направлениях одинаковы.

Материалы, не обладающие указанным свойством, называются *анизотропными*. Анизотропно дерево, бумага, фанера, в некоторой степени — стальной прокат.

При сжатии дерева вдоль волокон деформации в несколько раз меньше, чем при сжатии поперек волокон. В настоящее время широкое распространение получили анизотропные композиционные материалы, состоящие из двух компонентов — наполнителя и связующего. Наполнитель состоит из уложенных в определенном по-

рядке высокопрочных нитей — матрицы, что и определяет значительную анизотропию композита. Композиционные материалы имеют высокую прочность при значительно меньшей, чем металлы, массе.

Сталь при обычной температуре состоит из частиц феррита и цементита, присутствующих в виде отдельных включений или в виде тонкой механической смеси, называемой перлитом. Феррит обладает сравнительно низкой прочностью, но высокой пластичностью. Цементит, наоборот, имеет большую прочность, но низкую пластичность. Для перлита характерно ценное сочетание высоких прочности и пластичности.

У изотропных материалов и сплавов благодаря наличию в теле большого количества беспорядочно расположенных кристаллов свойства всей массы в различных направлениях выравниваются. Допущение об изотропности хорошо подтверждается практикой для большинства материалов.

3. **Гипотеза идеальной упругости.** До определенных пределов нагружения материал является идеально упругим, т.е. после снятия нагрузки деформации полностью исчезают. При больших нагрузках все материалы перестают обладать этим свойством, а потому данная гипотеза становится неприменимой.

Рассмотрим теперь гипотезы и допущения, связанные с характером деформаций.

1. **Гипотеза малости деформаций.** Перемещения, возникающие в упругих телах под воздействием внешних сил, малы по сравнению с размерами тела.

Эта гипотеза позволяет при составлении уравнений равновесия не учитывать изменения в расположении сил. Указанное допущение носит название *принципа начальных размеров*. Проиллюстрируем данное положение простым примером. Момент силы F относительно точки A заделки считают равным Fl , а не Fl_1 (рис. 1.4), так как разница $\Delta x = l - l_1$ в действительности незначительна.

2. **Гипотеза линейности деформаций.** Перемещения точек упругого тела прямо пропорциональны действующим нагрузкам. Суть допущения покажем на примере (рис. 1.5). Если балка при

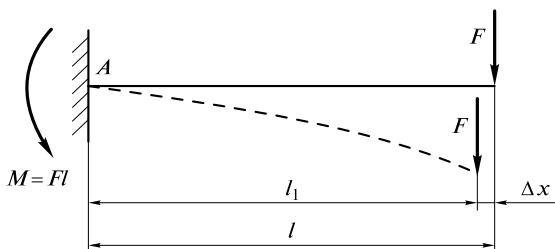


Рис. 1.4. Деформации консольно нагруженной балки

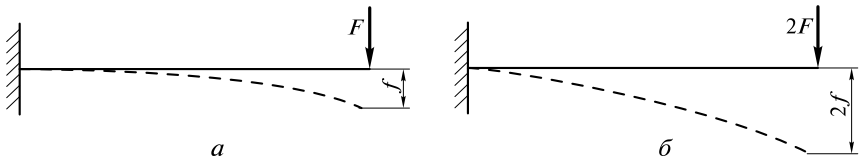


Рис. 1.5. Деформации балки в зависимости от величины нагрузки:
 а — сила F ; б — сила $2F$

действии силы F прогнется на расстояние f , то вдвое большая сила вызовет в два раза больший прогиб балки $2f$. Тела, для которых справедлива эта гипотеза, называются *линейно деформируемыми*.

3. **Принцип независимости действия сил.** Результат действия на тело системы сил не зависит от порядка приложения внешних сил и равен сумме результатов действия каждой силы в отдельности.

Пусть на тело (рис. 1.6) действуют две силы: F_1 и F_2 , при этом точка A балки получит перемещение f (рис. 1.6, а). Если к балке приложить силу F_1 , точка получит перемещение f_1 (рис. 1.6, б), при действии силы F_2 перемещение f_2 (рис. 1.6, в). При одновременном действии обеих сил перемещение точки A равно алгебраической сумме перемещений:

$$f = f_1 + f_2.$$

Указанный *принцип суперпозиций* справедлив лишь для линейно деформируемых тел.

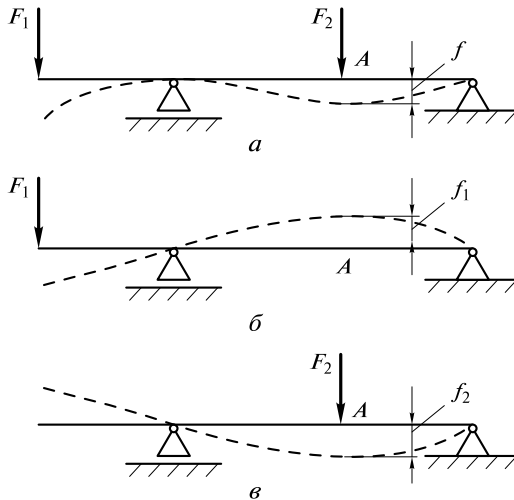


Рис. 1.6. Деформации тела от системы сил:
 а — деформация от совместного действия сил; б — деформация от консольной силы F_1 ; в — деформация от силы F_2

В сопротивлении материалов помимо указанных гипотез используются *гипотеза плоских сечений* (гипотеза Бернулли) и так называемый *принцип Сен-Венана*, о которых будет сказано далее.

1.3. Реальный объект — расчетная схема

Приступая к расчету, необходимо выделить самое существенное для рассматриваемого элемента, отбросив частности, несущественные для решения, но значительно его усложняющие, т.е. *создать расчетную схему элементов*.

Можно привести примеры различных тел, ничем не напоминающих друг друга по внешнему виду, но рассчитываемых по одной геометрической схеме. Например, стенки и днища баков, фюзеляж и крылья самолетов, купола зданий рассчитываются по схеме «оболочка».

Схематизируются и виды закрепления реальных тел. К наиболее распространенным видам закрепления относятся шарнирно-подвижная и шарнирно-неподвижная опоры, а также заделка (зашемление).

Вопрос о видах закрепления подробно рассматривается в теоретической механике, здесь мы лишь вспомним, что шарнирно-подвижная опора дает одну реакцию, направленную перпендикулярно плоскости, по которой эта опора может перемещаться. Шарнирно-неподвижной опоре присуща одна, неизвестная, как по величине, так и по направлению, реакция, которую всегда можно заменить двумя ее составляющими. В защемлении возникают две неизвестные составляющие силы реакции и реактивный момент.

В различных литературных источниках [2, 4, 5, 7, 8, 9, 19, 23, 25, 27 и др.] опоры при различных видах закрепления бруса могут быть обозначены по-разному. Примеры обозначения опор представлены в табл. 8.1. Заметим также, что внешние силовые факторы, например крутящий или изгибающий моменты, также не имеют единого обозначения. По ходу рассмотрения материала мы будем использовать разные варианты обозначения опор и моментов.

1.4. Классификация тел по геометрическим параметрам

Специалисту, занимающемуся вопросами прочности элементов конструкций, приходится иметь дело с большим многообразием различных по форме, внешнему виду и габаритным размерам реальных тел. По геометрическим признакам все реальные тела могут быть отнесены к таким расчетным схемам: брус, оболочка, пластина

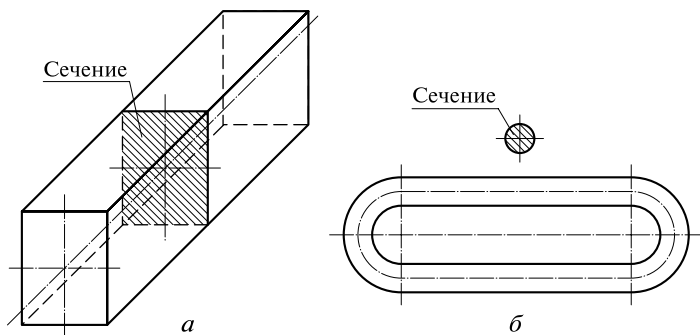


Рис. 1.7. Виды брусьев:
a — прямой брус; *б* — кривой брус

и массивное тело. Чтобы рассчитываемый элемент отнести к одной из указанных схем, необходимо знать геометрические признаки каждой из них.

Брус — тело, один размер которого — длина — значительно больше двух других — ширины и толщины. Его можно представить себе как тело, образованное поступательным движением плоской фигуры вдоль некоторой линии, причем центр тяжести этой фигуры во время движения находится на этой линии, а плоскость фигуры нормальна к ней. Плоская фигура представляет собой поперечное сечение бруса. Линия, проходящая через центры тяжести поперечных сечений бруса, называется *осью бруса*. По виду оси брусья могут быть *прямыми* (рис. 1.7, *a*) и *кривыми* (рис. 1.7, *б*). Если сечение бруса остается неизменным по длине, то он носит название *бруса постоянного сечения*. Если сечение изменяется по длине бруса, то он называется *брусом переменного сечения*.

Брус с прямолинейной осью часто называют *стержнем*.

Оболочка — тело, один размер которого — толщина — значительно меньше двух других — радиуса кривизны и длины (рис. 1.8, *a*).

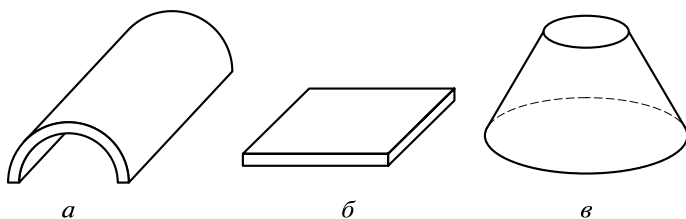


Рис. 1.8. Виды тел:
a — оболочка; *б* — пластина; *в* — массив